

# HELMERTOVA TRANSFORMACIJA KOD METROLOŠKE KONTROLE TERESTRIČKIH LASERSKIH SKENERA

Ankica Milinkovic, Sanja Tucikešić, Dejan Lalović

Ključne reči: etaloniranje, terestrički laserski skener, helmetrova transformacija, merna nesigurnost

## KRATAK SADRŽAJ

Metrološka kontrola mjerne opreme ima nezamenjiv uticaj u postizanju visokog stepena kvaliteta kod uspostavljanja i primene mernih procesa. Terestrički laserski skeneri danas predstavljaju gotovo svakodnevnu tehniku brzog, tačnog, sofisticiranog i praktičnog mernog rešenja. Glavni zadatak skenera je da se na osnovu premerenih uglova i dužina, šaljući povratni laserski zrak, generišu koordinate kojima se opisuju fizički objekti, prevodeći ih u digitalno okruženje preko takozvanog oblaka tačaka. Da bi se postigao visok stepen poverenja u krajni rezultat koji proističe iz skeniranja, sama merna oprema mora biti ocenjena kroz metrološku kontrolu. Ovaj rad ima za cilj da prikaže kako Helmertov transformacijski problem može da posluži kao matematički postupak za potrebe etaloniranja terestričkog laserskog skenera, uklapajući koordinate tačaka skenera u okvir tačnijeg mernog instrumenta, sa ocenjenim mernim nesigurnostima.

## HELMERT'S TRANSFORMATION FOR METROLOGICAL CONTROLS OF TERRESTRIAL LASER SCANNERS

Keywords: calibration, terrestrial laser scanner, helmeter transformation, measurement uncertainty

## ABSTRACT

Metrological control of measuring equipment has an irreplaceable influence to achieving a high level of quality in the establishment and application of measuring processes. Terrestrial laser scanners today represent an almost everyday technique of a fast, accurate, sophisticated and practical measurement solution. Based on measured angles and lengths, the scanner's main task is to generate coordinates that describe physical objects by sending a return laser beam to a digital environment via the so-called point cloud. The measuring equipment must be evaluated through metrological control to achieve a high degree of confidence in the final result resulting from scanning. This paper aims to show how Helmert's transformation problem can serve as a mathematical procedure for the calibration needs of a terrestrial laser scanner, fitting the coordinates of the scanner points into the frame of a more accurate measuring instrument with estimated measurement uncertainties.

## UVOD

Terestričko lasersko skeniranje (TLS) je tehnologija koja je zasnovana na laserskoj tehnologiji. Ona je relativno nova tehnologija mjerjenja, koja se pojavila krajem devedesetih godina prošlog veka. Terestričko lasersko skeniranje je efikasna i pouzdana metoda za prikupljanje oblaka tačaka koji imaju niz primena u oblasti geodezije, arhitekture, inženjerstva, graditeljstva, arheologije, urbanizma, speleologije, šumarstva, i sl. Danas je širok dijapazon primene podatka dobijenih terestričkim laserskim skeniranjem kod različitih prostornih analiza. Instrumenti koji se primjenjuju u TLS tehnologiji su terestrički laserski skeneri, a tačke se dobijaju slanjem laserske zrake prema objektu od interesa i njihovom refleksijom natrag u skener. Rezultat takve metode prikupljanja je gusti oblak tačaka. Naknadnom obradom što uključuje više faza od filtriranja, georeferenciranja i modeliranja nastaje 3D model snimanog područja. Glavna prednost terestričkog laserskog skeniranja je da se u vrlo kratkom vremenu prikuplja veliki broj mernih podataka o objektu bez neposrednog kontakta sa objektom skeniranja, gdje svaka tačka ima svoje koordinate x, y, z.

Opšte prihvaćena metoda za etaloniranje 3D laserskih skenera definisana je od strane Tehničkog odbora TC-172 Optika i optički instrumenti, pododbora SC-6 koji se bavi geodetskim i mernim instrumentima premera. Koncept je opisan u dokumentu ISO 17123-9 i definiše terenske postupke etaloniranja terestričkih laserskih skenera. Primenjeni testovi treba da dokažu prikladnost odnosno usaglašenost određenog instrumenta za konkretni zadatak ili potrebu nekog drugog standarda, i opisan je kroz dve metode: pojednostavljenu i potpunu. Kako su ove metode zapravo terenski pristupi određivanja merne nesigurnosti instrumenata koji zahtevaju određene prostorne i vremenske uslove, tela za ocenu usaglašenosti ili uopšte, zainteresovane strane mogu pristupiti modifikaciji pomenutih metoda, ili razvoju nezavisnih metoda koje bi se referencirale na priznate i prepoznate pristupe dobre prakse. Sa tim ciljem, ovaj rad prikazuje pozitivnu primenu Helmertove transformacije, koja vrlo opravdano olakšava pristup i koncept merenja, a omogućava kompetentne krajnje rezultate kojima bi se mogli opisati parametri etaloniranja terestričkih laserskih skenera.

Jedna od najpoznatijih transformacija u području tehnike i inženjerstva je transformacija koordinata između dva datuma i naziva se Helmertova transformacija. Ovaj rad ima za cilj da predstavi kako Helmertov transformacijski problem može da posluži kao matematički postupak za potrebe etaloniranja terestričkog laserskog skenera, uklapajući koordinate tačaka skenera u okvir tačnijeg mernog instrumenta, sa ocenjenim mernim nesigurnostima.

## HELMERTOVA TRANSFORMACIJA

Transformacija koordinata iz jednog koordinatnog sistema u drugi uobičajena je aktivnost u području tehnike i inženjerstva. Helmertova transformacija predstavlja transformaciju tačaka i njihovo preinacavanje rotacijom, skaliranjem i translacijom. Helmertova transformacija je dobro poznat matematički postupak značajan za geodeziju, fotogrametriju i vrlo često se koristi u naukama o merenju i kartiranju zemljine površine. Razlikuju se dvije vrste transformacija, ovisno od toga, jesu li parametri transformacije unaprijed definisani i poznati (konverzija - direktni problem) ili se moraju odrediti (transformacija - obrnuti problem). Konverzija koordinata ili direktni problem je preinacavanje koordinata jednog koordinatnog sistema u drugi koji imaju isti datum, odnosno transformacijski parametri su unaprijed definisani i poznati. Transformacija koordinata ili obrnuti problem je preinacavanje koordinata iz jednog referentnog koordinatnog sistema u drugi referentni koordinatni sistem, zasnovanog na drugom datumu i tada se transformacijski parametri računaju.

U okviru ovog rada obradiće se osnovni pojmovi primene Metode najmanjih kvadrata (MNK) u modelu transformacija. U radu je primjenjena transformacija koordinata pomoću 4 parametra ili 2D

Helmertova transformacija. Ova transformacija je takođe poznata kao transformacija sličnosti 4 parametra i predstavlja najjednostavniju verziju Helmertove transformacije. Ona obezbeđuje očuvanje sličnosti figura nakon transformacije. Proces transformacije uključuje 3 koraka: skaliranje (ujednačavanje razmere dva sistema), rotaciju (rotacija jednog koordinatnog sistema do paralelnosti osa sa drugim) i translaciju (translacija jednog koordinatnog sistema do poklapanja sa ishodištem drugog). Za 2D Helmertovu transformaciju potrebna su najmanje dva para tačaka. Translacija se kontroliše pomoću x i y parametara. Rotacija je određena uglom rotacije  $\theta$ , a mjerilo se kontroliše faktorom razmere  $S$ . Parametar razmjere  $S$  je bez jedinice za 2D Helmertovu transformaciju, za razliku od 3D Helmertove transformacije gdje je parametar razmjere predstavljen u jedinicama ppm.

Tabela 1. Matematički opis 2D Helmertove transformacije

Problem 2D Helmertove transformacije se rješava na sledeći način:		
Prvi korak - Ujednačavanje razmere	Drugi korak - Rotacija koordinatnog sistema $x',y'$ do paralelnosti sa osama $X,Y$ sistema	Treći korak - Translacija koordinatnog sistema $X',Y'$ do poklapanja sa ishodištem $X,Y$ sistema
$y' = S \cdot y$ $x' = S \cdot x$	$Y' = y' \cos(\theta) - x' \sin(\theta)$ $X' = y' \sin(\theta) + x' \cos(\theta)$	$Y = Y' + T_y$ $X = X' + T_x$
Konačno		
$Y = (S \cdot \cos \theta) \cdot y - (S \cdot \sin \theta) \cdot x + T_y$ $X = (S \cdot \sin \theta) \cdot y + (S \cdot \cos \theta) \cdot x + T_x$		

Ako se uvedu sledeće zamene:

$$S \cdot \cos \theta = a, \quad S \cdot \sin \theta = b, \quad T_y = c, \quad T_x = d \quad (1)$$

i dodaju reziduali, dobija se konzistentan sistem jednačina oblika, tj. osnovna jednačina opažanja 2D Helmertove transformacije sa četiri nepoznata parametra ( $a, b, c$  i  $d$ ) predstвлјена izrazom:

$$\begin{aligned} a \cdot y - b \cdot x + c &= Y + v_y \\ a \cdot x + b \cdot y + d &= X + v_x, \end{aligned} \quad (2)$$

ili matrično:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{L} + \mathbf{V}. \quad (3)$$

Nakon izravnjanja, faktor razmere  $S$  i ugao rotacije  $\theta$  računaju se na osnovu izraza:

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) \\ S &= \frac{a}{\cos \theta} \end{aligned} \quad (4)$$

Četiri nepoznate definišu četiri parametra transformacije ( $S, \theta, T_Y$  i  $T_X$ ) i može se napisati za svaku datu tačku u oba sistema. Kako su za 2D Helmertovu transformaciju potrebna najmanje dva para tačaka, u slučaju više zajedničkih tačaka primenjuje se MNK.

Helmertove transformacije se u svim svojim različitim modelima, koriste za izvođenje pomaka referentnog okvira. Transformacija djeluje u kartezijanskom prostoru, a može se primjeniti za

transformaciju planarnih koordinata iz jednog datuma u drugi, transformaciju kartezijskih koordinata iz jednog statičkog referentnog okvira u drugi ili se može koristiti za izvođenje potpunih kinematičkih transformacija iz referentnih okvira u lokalne statičke okvire. Kinematičke transformacije zahtijevaju vrijeme posmatranja koordinate, kao i središnju epohu za transformaciju.

U oznaci korištenoj u nastavku,  $\hat{P}$  je brzina promjene datog parametra transformacije  $P$ .  $\hat{P}$  je kinematički prilagođena verzija, koju opisuje:

$$\dot{P} = P + \hat{P}(t - t_c) \quad (5)$$

gdje je  $t$  vrijeme promatranja koordinate i središnja epoha transformacije  $t_c$ . Izraz (5) se može koristiti za širenje svih parametara transformacije u vremenu. U skladu i formi sa prethodno napisanim u nastavku će se matematički model 2D Helmertove transformacije opisati kao:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^B = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^A \quad (6)$$

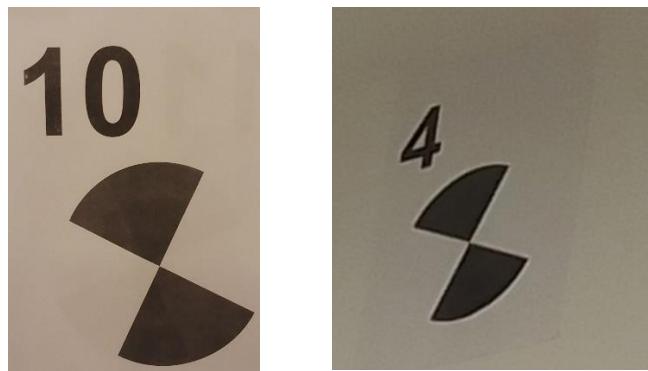
(6) može se proširiti na vremenski promjenjivu kinematičku verziju podešavanjem parametara sa (5) do (6), što daje kinematičku 2D Helmertovu transformaciju:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^B = \begin{bmatrix} \dot{T}_x \\ \dot{T}_y \end{bmatrix} + s(t) \begin{bmatrix} \cos \dot{\theta} & \sin \dot{\theta} \\ -\sin \dot{\theta} & \cos \dot{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^A \quad (7)$$

Svi parametri u (7) određeni su korištenjem (5), koji primjenjuje stopu promjene na svaki pojedinačni parametar za određeni vremenski raspon između  $t$  i  $t_c$ .

## ETALONIRANJE TERESTRIČKOG LASERSKOG SKENERA

Predložena metoda etaloniranja može se primeniti u unutrašnjosti objekta, ili u spoljašnjem okruženju, bez potrebe specijalnog uspostavljanja uslova objekata i sredine. Osnovni uslov koji treba obezbititi jeste jedno merno mesto koje mora biti stabilno, bez uticaja sleganja, pomeranja i vibracije. Sa istog mernog mesta potrebno je da se vide merne markice, prilagođene prepoznavanju od strane skenera. Najčešće se koriste takozvane Black and White markice (Slika 1).



Slika 1. Black and White markice

Za potrebe ovog rada, pristupilo se takozvanom trostrukom ocenjivanju merne nesigurnosti terestričkog laserskog skenera Leica BLK2GO, skener za mobilno mapiranje (Slika 2). Reč je o ručnom laserskom i imaging-based skeneru (skeneru koji mogu čitati dvodimenzionalne kodove), koji vrši merenja miliona tačaka u položaju iz ruke operatera, kako bi se kreirao digitalni prostor okruženja područja od interesa. Budući da je reč o ručnom skeniranju, osnovni cilj ovog rada bio je da se utvrdi njegova metrološka sposobnost u odnosu na tačniji referentni merni sistem. Sistematske performanse, zastupljene kod grand slam modela, daju opseg šuma +/- 3 mm, dok je unutrašnja tačnost položaja tačaka +/- 10 mm.



Slika 2. laserski i imageing skener Leica Geosystems Ag BLK2GO

Postavljene su markice na zidove okruženja i objekta u kojima se merenje izvodi. Sa stabilno utvrđenog mernog mesta, primenom totalne stanice Leica Geosystems Ag TS30 (Slika 3) izvršeno je merenje i izravnjanje mreže iz kojih su ocenjene koordinate tačaka. Totalna stanica Leica TS30 je jedinstvena u pogledu redefinisanih preciznih merenja pružajući tačnost i kvalitet od samo 0.5" za ugao i 0.6 mm + 1 ppm do prizme i 2 mm + 2 ppm do bilo koje površine, dok je preciznost automatskog prepoznavanja cilja (ATR) iznosi 1".



Slika 3. totalne stanice Leica Geosystems Ag TS30

Nakon toga izvršeno je skeniranje 4 tačke (1, 2, 3 i 4), koje su povezane sa koordinatnim sistemom mreže preko helmertove transformacije. Potom su skenirane još 4 tačke (5, 6, 7 i 8) i procesuirane kao i

prethodne, a potom još 4 (7, 8, 9 i 10). Sve ukupno 10 tačaka je skenirano i povezano sa koordinatnim sistemom mreže preko helmertove transformacije.

U tabeli 2. i tabeli 3 su predstavljene ocena referentne varijanse, parametri transformacije i njihove ocjene za sve tri serije merenja po položaju (X i Y) i po visini H.

Tabela 2. Ocena referentne varijanse, parametri transformacije i njihove ocjene za sve tri serije merenja po položaju (X i Y).

1. serija	2. serija	3. serija
$s_0 = 0.00207932$	$s_0 = 0.00206809$	$s_0 = 0.00021981$
$a = 0.606064$	$a = 0.606487$	$a = -4.51249$
$b = 0.795052$	$s_a = 0.000384$	$s_a = 0.000350$
	$b = 0.795302$	$b = -0.25371$
	$s_b = 0.000384$	$s_b = 0.000350$
		$s_b = 0.00058$

Tabela 3. Ocena referentne varijanse, parametri transformacije i njihove ocjene za sve tri serije merenja po visini H.

1. serija	2. serija	3. serija
$s_0 = 0.00272247$	$s_0 = 0.00106571$	$s_0 = 0.00086314$
$a = 1.009768$	$a = 1.123133$	$a = 0.998785$
$b = 0.000000$	$s_a = 0.003212$	$s_a = 0.001180$
	$b = 0.000000$	$b = 0.000000$
	$s_b = 0.003212$	$s_b = 0.001180$

Dobijeni su sledeći rezultati koji se odnose na mernu nesigurnost skenera u odnosu na totalnu stanicu Leica TS30. Na osnovu ocene referentne varijanse iz sve tri serije merenja po položaju (X i Y) i po visini H je sračunata objedinjena merna nesigurnost i nakon toga proširena merna nesigurnost pomnožena sa faktorom obuhvata 2. U Tabeli 4. su predstavljeni krajnji dobijeni rezultati.

Tabela 4. Merna nesigurnost

	(x, y)	h
$u_1$	0.0020793	0.002722
$u_2$	0.0020681	0.001066
$u_3$	0.0002198	0.000863
$u$	0.002941	0.003048
$u_{x,y,z}$		0.004236
$U$		8.471 mm

## ZAKLJUČAK

Alati terestričkog laserskog skeniranja se permanentno razvijaju i unapređuju u cilju lakšeg, bržeg i komforntijeg prikupljanja podataka od interesa. U takvoj jednoj tehnološkoj i digitalnoj revoluciji, koja se rapidno menja, postavlja se uvek tehničko pitanje kvaliteta merenja koje je danas sve više dostupno. Ovaj rad je imao za cilj da pokaže transformacijski odnos položaja istih tačaka određenih sa dva merna sistema, jedno referentno a drugo ocenjivano u odnosu na referentno. Merna nesigurnost kao jedan od parametara ocenjivanja za model BLK20GO iznosi 8.471 mm što opravdava ranije navedene tehničke specifikacije proizvođača koje su reda veličine do +/- 10 mm. Prakse metoda koje se primenjuju kod geodetske opreme je da krajnji rezultat zbog kojeg se rade etaloniranja tkz. eksperimentalna standardna devijacija, a koja je u međunarodnim standardima za etaloniranje geodetske opreme nazvana ISO merna nesigurnost merila, je zadržana i u ovom radu. Ovaj rad je imao za cilj da se ta veličina može odrediti primenom Helmertove transformacije. Sledeći korak koji će biti prikazan u nekom od narednih radova selekcija relevantnih

parametara ove metode kojima se može oceniti budžet merne nesigurnosti koja predstavlja dodatak određenoj eksperimentalnoj standardnoj devijaciji.

## LITERATURA

- [1] ISO, *ISO/IEC 17025:2017 General requirements for the competence of testing and calibration laboratories*, međunarodni standard
- [2] ISO, *ISO 17123-9:2018 Optics and optical instruments — Field procedures for testing geodetic and surveying instruments — Part 9: Terrestrial laser scanners*, međunarodni standard
- [3] S. Delčev, Geodetska metrologija. Beograd: Akademska misao, 2016.